2021학년 졸업고사-Analysis

학부(과) ____________ 학년 ____ 학번 __________ 성명 __________ 검인

---

1. (a) 스톡스 정리 또는 발산 정리를 이용하여 $\iint_S \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{n}\,dS$를 구하여라. 여기에서 S는 절단된 원뿔(truncated cone) $y=2\sqrt{x^2+z^2}$, $2\le y\le 4$, $\boldsymbol{n}$은 외향 법선벡터(outward-pointing normal), 그리고 $\boldsymbol{F}(x,y,z)=(x-2z,\,-y,\,0)$.

(b) 영역 $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 | 0\le x\le y, y^2-x^2\le 1, 1\le xy\le 9\}$일 때, 다음 주어진 이중적분의 값을 구하시오.

$$\iint_D (y^2-x^2)^{xy}(2x^2+2y^2)\,dxdy$$

2. (a) 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n\to\infty}(a_n-a_{n-2})=0$을 만족한다면 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n-a_{n-1}}{n}=0$이 성립함을 보이시오.

(b) 다음 수열이 수렴함을 보이시오.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \left(2a_n^2 + 1\right)^{\frac{1}{5}}, \quad n \in \mathbb{N}$$

3. 임의의 실수 α, β $(\beta > 0)$에 대하여 함수 $f:[-1, 1] \to \mathbb{R}$는 다음과 같이

$$f(x) = \begin{cases} x^{\alpha} \sin \dfrac{1}{x^{\beta}} & \text{for } x \neq 0 \\ 0 & \text{for } x = 0 \end{cases}.$$

정의되었을 때 함수 f가 연속적으로 미분가능이기 위한 필요충분조건을 구하시오.